

Elaboriertes Feedback durch den Einsatz von STACK-Aufgaben

Praktische Vorschläge für den Mathematikunterricht

Bei der Bearbeitung mathematischer Aufgabenstellungen kann es aus diversen Gründen zu einer fehlerhaften Bearbeitung kommen. Schüler*innen benötigen für eine eigenständige Korrektur ihrer fehlerhaften Lösungen Feedback. Der vorliegende Beitrag soll Lehrkräften eine neue Perspektive aufzeigen, wie Lernende unmittelbar nach der Bearbeitung ihrer Aufgaben ein digitales elaboriertes Feedback erhalten können.

Was ist elaboriertes Feedback?

In der Forschung wird Feedback nach verschiedenen Gesichtspunkten klassifiziert. Auf der inhaltlichen Ebene wird zwischen einfachem und elaborierterem Feedback unterschieden (Narciss, 2004). Unter einfachem Feedback werden Rückmeldungen subsumiert, die sich auf die Richtigkeit einer Aufgabe beziehen. Hierzu zählt beispielsweise die Musterlösung zu einer Aufgabe. Elaborierte Formen umfassen weitreichendere Informationen, die sich auf den Lernprozess des Individuums erstrecken. Sie können unter anderem differenzierte Hinweise zur Fehlerursache sowie zur Fehlerkorrektur beinhalten.

Was macht ein effektives Feedback aus?

Hattie und Timperley (2007) entwickelten ein Modell zur Effektivität von Feedback. In Lehr-Lern-Situationen soll effektives Feedback auf die drei Fragen reagieren:

- Welches Ziel strebt der Lernende an?
- Wo befindet er sich im Lernprozess?
- Welche Aktivität ist nötig, damit er näher an sein Ziel gelangt?

Durch die Beantwortung der drei Fragen soll Feedback dazu beitragen, die Diskrepanz zwischen dem Ist- und dem Soll-Zustand zu reduzieren. Die Effektivität des Feedbacks ist weiterhin abhängig von der Ebene, auf die sich das Feedback bezieht (Hattie & Timperley, 2007, S. 61). Feedback ist effektiv, wenn es die Aufgabe, den Prozess oder die Selbstregulation anspricht. Dabei bezieht sich Feedback auf die Aufgabe, wenn es Informationen über die Richtigkeit der Lösung der Lernenden oder Hinweise zur Betrachtung weiterer Informationen beinhaltet. Strategische Hinweise zur Bearbeitung der Aufgabe betreffen die Prozessebene. Feedback spricht die Selbstregulation an, falls bisherige Lernergebnisse aufgezeigt oder Lernende aufgefordert werden, die Aufgabenstellung weiter zu bearbeiten. Einfaches und elaboriertes Feedback tangieren im dargestellten Modell unterschiedliche Ebenen. Einfaches Feedback kann lediglich auf der Aufgabenebene wirken. Elaboriertes Feedback hingegen kann auf der Aufgaben-, der Prozess- und auch auf der Selbstregulationsebene wirken. Zudem beinhaltet es Antworten zu den drei Fragen, auf die effektives Feedback nach Hattie und Timperley eingehen soll. Aus theoretischer Ebene betrachtet, unterstützt elaboriertes Feedback die Lernenden stärker bei ihrem Weg vom Ist- zum Soll-Zustand (Laging, 2019, S. 65-68). Ferner lassen sich diese theoretischen Befunde in mehreren Studien mittels empirischer Evidenz stützen (z. B. Huth, 2004).

STACK als technische Umsetzungsmöglichkeit

Die seit einigen Jahren zunehmende Präsenz computergestützter Lehr-Lernangebote bietet speziell für den Mathematikunterricht neue Ansätze für das Bereitstellen digitalen elaborierten Feedbacks. Zu diesen Angeboten gehört das System STACK (System for Teaching and Assessment using a Computer algebra Kernel). Durch das Zurückgreifen auf ein Computeralgebrasystem lassen sich mithilfe von STACK digitale Mathematikaufgaben konstruieren, bei denen Eingaben von Lernenden nicht nur als Zeichenketten, son-

dern auch als mathematische Ausdrücke interpretiert werden. Lehrkräfte benötigen für den Einsatz von STACK einen ILIAS- oder Moodle-Account, in dem die Aufgaben erstellt und bearbeitet werden können.

Zur Veranschaulichung wird eine beispielhafte Aufgabe aus dem mathematischen Schulunterricht betrachtet: „Berechne die Summe der beiden Brüche: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ und gib das Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch an.“ Für eine Umsetzung dieser Aufgabe in STACK muss sich die Lehrkraft überlegen, welche möglichen richtigen und fehlerhaften Antworten entstehen könnten. Hierauf basierend wird ein sogenannter Rückmeldebaum gestaltet. Der Rückmeldebaum ist eine binäre Baumstruktur, mit dessen Hilfe verschiedene Abfragen hintereinandergeschaltet werden können. Ein möglicher Rückmeldebaum für die vorgestellte Bruchrechenaufgabe wird in *Abbildung 1* dargestellt.

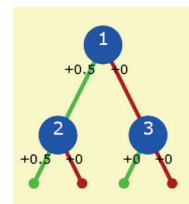


Abbildung 1: Rückmeldebaum einer STACK-Aufgabe zur Bruchrechnung.

Im ersten Knoten wird geprüft, ob die eingegebene Antwort des Lernenden richtig ist. Richtige Antworten sind beispielsweise $\frac{3}{4}$ oder $\frac{6}{8}$. Damit alle richtigen Antworten als solche erkannt werden, wird im ersten Knoten geprüft, ob der eingegebene Bruch den Dezimalwert 0.75 besitzt. Sowohl nach einem positiven als auch nach einem negativen Ergebnis der Überprüfung lässt sich der Pfad entweder beenden oder im Hinblick auf eine weitere Überprüfung mit einem nächsten Knoten verbinden. Feedbackinhalte können an jedem Pfad hinterlegt werden. Dementsprechend durchläuft das System – je nach Eingabe des Lernenden – einen spezifischen Weg im Rückmeldebaum und generiert ein adaptives Feedback für ihn.

In diesem Fall wird die Überprüfung nach dem ersten Knoten sowohl im positiven als auch im negativen Fall fortgesetzt. Im positiven Fall wird anschließend im zweiten Knoten geprüft, ob der Bruch vollständig gekürzt ist. Wenn dies zutrifft, wird das Feedback hinterlegt, dass die Aufgabe korrekt gelöst wurde. Ist der Bruch nicht vollständig gekürzt, wird darauf hingewiesen, dass die Summe zwar korrekt berechnet wurde, aber der Bruch noch weiter gekürzt werden kann. In beiden Fällen endet die Überprüfung hier im zweiten Knoten (siehe *Abbildung 1*). Anhand der Beschriftungen auf den Pfaden lässt sich zusätzlich erkennen, dass für die korrekte Berechnung der Summe ein halber Punkt und für die Kürzung des Bruchs ein weiterer halber Punkt vergeben wird. Lehrkräfte können im Rückmeldebaum die Bepunktung für ihre Aufgaben beliebig gestalten.

Sollte der eingegebene Bruch nicht den Wert 0.75 besitzen, leitet der Rückmeldebaumalgorithmus vom ersten zum dritten Knoten über. In diesem Knoten wird ein für die Bruchrechnung typischer Fehler überprüft. Dieser basiert darauf, dass beim Erweitern der Brüche lediglich die Nenner miteinander multipliziert werden und die Zähler unverändert bleiben. (Eichelmann et al., 2012, S. 48). Schüler*innen könnten bei diesem Vorgehen zur folgenden Rechnung gelangen $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$. Anhand des falschen Ergebnisses lässt sich aber nicht mit absoluter Sicherheit die Fehlerursache identifizieren. Dementsprechend sollte das Feedback an dieser Stelle vorsichtiger formuliert werden. Ein entsprechendes Feedback könnte lauten: „Deine Antwort ist nicht richtig. Möglicherweise hast du die beiden Brüche nicht korrekt erweitert. Bedenke, dass sich beim Erweitern der Wert eines Bruchs nicht ändert. Daher müssen Zähler und Nenner mit dem gleichen Faktor multipliziert werden. Versuche die Aufgabe erneut zu bearbeiten.“ Der Rückmeldebaum lässt sich mit beliebig vielen weiteren Knoten ergänzen, die so konzipiert werden können, dass weitere Fehler erkannt werden.

Zusammengefasst lässt sich festhalten, dass sich Lehrkräfte bei der Erstellung ihrer Aufgaben im Vorfeld überlegen müssen, welche möglichen fehlerhaften Eingaben von den Lernenden getätigt werden könnten. Darauf basierend können Lehrkräfte durch die jeweiligen Überprüfungsmöglichkeiten des Systems differenzierte elaborierte Feedbackinhalte im Rückmeldebaum hinterlegen, welche den Lernenden unmittelbar nach der Bearbeitung präsentiert werden (Kallweit, 2016). Die für das elaborierte Feedback erforderliche Fehleranalyse kann lediglich bis zu einem gewissen Grad erfolgen. Lehrkräfte können – selbst bei Berücksichtigung adäquater literarischer Quellen zu häufigeren Fehlern – nicht sämtliche mögliche Fehlerursachen im Vorhinein durchdenken (Derr et al., 2018, S. 1937 f.). Während Lehrkräfte bei einer analogen Auswertung auf mögliche Fehler spontan reagieren und diese im Feedback berücksichtigen können, ist dies bei der automatisierten Auswertung in STACK nicht möglich. Allerdings ist anzumerken, dass Lehrkräfte im Nachhinein die Ergebnisse der Lernenden begutachten und durch eine Nachbearbeitung der Rückmeldebäume das Feedback für zukünftige Einsätze stärker ausdifferenzieren können.

Lässt sich STACK gewinnbringend in den Mathematikunterricht einbetten?

Die Untersuchung dieser Fragestellung erfolgte im Rahmen einer Studie, die an einem nordrheinwestfälischen Gymnasium in einem dreiwöchigen Zeitraum stattfand. Hierfür erhielten 53 Schüler*innen aus der zehnten Jahrgangsstufe im regulären Unterrichtsbetrieb STACK-Aufgaben oder analoge Mathematikaufgaben auf Übungszetteln. Die eingesetzten Aufgaben stammten aus dem Themenfeld „Funktionen und Analysis“. Während die STACK-Aufgaben elaboriertes Feedback beinhalteten, erhielten Schüler*innen, welche die Übungszettel bearbeiteten, im Anschluss die Angabe der korrekten Lösungen.

Mithilfe von Pre- und Posttests konnte gezeigt werden, dass die Schüler*innen, welche die STACK-Aufgaben bearbeiteten, signifikant höhere Leistungen erzielten als die Schüler*innen, welche die Übungszettel bearbeiteten. Darüber hinaus profitierten insbesondere leistungsschwächere Lernende von ebendiesem Angebot. STACK erwies sich im Rahmen dieser Studie als ein geeignetes Tool zur Umsetzung elaborierten Feedbacks im regulären mathematischen Schulunterricht.

Wie können unerfahrene Lehrkräfte STACK in ihren Unterricht einsetzen?

Eine Möglichkeit für einen unterstützenden Einstieg in die Arbeit mit STACK bietet der frei zugängliche Moodle-Kurs Tutorials STACK. In diesem befinden sich unter anderem Anleitungen, Beispielaufgaben und Lernvideos zu verschiedenen Themen rund um das Thema STACK. Der Moodle-Kurs lässt sich über den Link <https://moodle.ruhr-uni-bochum.de/course/view.php?id=22225> oder durch Scannen des QR-Codes erreichen.



Weiterhin existieren bereits mehrere Datenbanken, in denen Lehrkräfte ihre Aufgaben importieren oder alternativ bereits existierende Aufgaben exportieren können. Auf diesem Wege können Lehrkräfte, die noch unerfahren in der Arbeit mit STACK sind, bereits existierende Aufgaben einsetzen, bevor sie sich an die Erstellung eigener Aufgaben machen. Zudem bietet dieser Austausch das Fundament für die Weiterentwicklung von Aufgaben, indem Erfahrungen und Überlegungen verschiedener Lehrkräfte zusammenfließen und zur Gestaltung spezifischerer Feedbackinhalte beitragen. Eine solche Datenbank ist beispielsweise DOMAIN, die unter dem Link <https://db.ak-mathe-digital.de/domain/default/index> erreichbar ist (Kallweit, 2017). Nach einer kostenfreien Registrierung lassen sich auf dieser Website aus einer Vielzahl von bereits verfügbaren Aufgaben, einzelne Aufgaben dem sogenannten Aufgabenkorb hinzufügen und anschließend exportieren. Die exportierten Aufgaben können dann in einem Moodle- oder ILIAS-Kurs importiert und bearbeitet werden.

Literaturverzeichnis

- Derr, K., Hubl, R., Podgayetskaya, T., & Weigel, M. (2018). Potential von STACK-Aufgaben im formativen eAssessment: Automatisiertes Feedback und Fehleranalyse. In Beiträge zum Mathematikunterricht (S. 1935–1938). WTM.
- De Vries, E. (2021). Feedback in digitalen Lernumgebungen: Eine Interventionsstudie zu dem Lernpfad „Quadratische Funktionen erkunden“. Springer.
- Eichelmann, A., Narciss, S., Schnaubert, L., & Melis, E. (2012). Typische Fehler bei der Addition und Subtraktion von Brüchen: Ein Review zu empirischen Fehleranalysen. In Journal für Mathematik-Didaktik: Journal for Didactics of Mathematics, 33(1), S. 29-57.
- Hattie, J., & Timperley, H. (2007). The Power of Feedback. Review of Educational Research, 77(1), S. 81-112.
- Huth, K. (2004). Entwicklung und Evaluation von fehlerspezifischem informativem tutoriellem Feedback (ITF) für die schriftliche Subtraktion (Dissertation). Technische Universität Dresden.
- Kallweit, M. (2016). CAS-unterstütztes Assessment von Mathematik. Computeralgebra Rundbrief, 59, S. 22-24.
- Käser, U. (2011). Fehler begehen – Mathematik verstehen: Über die Bedeutung von Fehlern für das Verstehen. In Mathematik Verstehen (S. 167-178). Vieweg.
- Kallweit, M. (2017). DOMAIN – Database of Math Instructions. Zugriff am 02.01.2023 unter <https://www.stifterverband.org/digital-lehrfellows/2017/kallweit>
- Laging, A. (2019). Selbstwirksamkeit, Leistung und Calibration in Mathematik: Eine Studie zum Einfluss von Aufgabenmerkmalen und Feedback zu Studienbeginn.
- Narciss, S. (2004). Entwicklung und Evaluation von informativem tutoriellem Feedback für komplexe Lernaufgaben (Habitationsmanuskript). Technische Universität Dresden.